МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра «Програмна інженерія та інформаційні технології управління»

Лабораторна робота №3

з курсу: «Теорія прийняття рішень»

Виконали:

студенти групи КН-36б

Ликова М. С.

Момот М. І.

Гарбозюк М. М.

Перевірив:

доцент каф. ПІІТУ

Воловщиков В. Ю.

Харків

2019

**Тема роботи**: розв’язання багатокритеріальної задачі лінійного програмування по знаходженню ефективних альтернатив за допомогою третьої теореми щодо знаходження ефективних альтернатив.

**Завдання для виконання:** вирішити наступну задачу багатокритеріальної оптимізації



**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації в загальному вигляді**

У загальному випадку формально задача багатокритеріальної оптимізації, ключовою особливістю якої є суперечливість множини функцій мети (критеріїв), може бути подана в наступному вигляді:



де  та  – множини індексів функцій мети , які відповідно максимізуються та мінімізуються, причому ;  – множина індексів функцій , що визначають обмеження задачі та формують множину припустимих варіантів альтернатив ;  – вектор змінних задачі багатокритеріальної оптимізації, з яким пов’яжемо поняття альтернативи – варіанта розв’язку, що задовольняє обмеження задачі і є способом досягнення поставлених цілей.

**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до третьої теореми зі знаходження ефективних альтернатив в загальному вигляді**

Особливістю третьої теореми в порівнянні з теоремою Карліна та теоремою Гермейєра є те, що її основні положення формуються для первісно заданої множини функцій мети , що не вимагає виконання додаткових перетворень, що приводять функції мети до безрозмірного вигляду.

З урахуванням вищевикладеного матеріалу формуються третя теорема зі знаходження ефективних альтернатив.

Теорема: якщо  - ефективна альтернатива множини функцій мети , то для кожного :

,

,

,

,

або для кожного :

,

,

,

.

Таким чином, множина ефективних альтернатив для множини функцій мети  може бути знайдена при вирішенні задачі параметричного програмування щодо параметрів , якщо за головний критерій обрано критерій, що максимізується



при обмеженнях:



****

**,**

де під **** розуміють область

****

У випадку, якщо за головний критерій обрано критерій, що мінімізується, то множина ефективних альтернатив може бути знайдена при розв’язанні задачі:



при обмеженнях:



****

**,**

де під **** розуміють область

****

**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації згідно з виданим завданням**

Згідно виданого завдання задача багатокритеріальної оптимізації прийме наступний вигляд:



**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до третьої теореми зі знаходження ефективних альтернатив згідно до виданого завдання**

У випадку, коли головним критерієм буде виступати функція , тоді відповідно до третьої теореми задача перетвориться до вигляду:



Знайдемо максимальні та мінімальні значення функцій  та :





Знайдемо :

****

Отже, ****.

Досліджуємо отриману задачу при різних значеннях z. Результати розрахунків подано в таблиці 1.

Таблиця 1 – Результати розрахунків

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *z* | *х\** | | | *f1(x\*)* | *f2(x\*)* | *f3(x\*)* |
| *х1\** | *х2\** | *х3\** |
| 0 | 5 | 0 | 2 | 12 | 7 | 4 |
| 1.075 | 5 | 0 | 2 | 12 | 7 | 4 |
| 2.15 | 5 | 0 | 2 | 12 | 7 | 4 |
| 3.225 | 5 | 0 | 2 | 12 | 7 | 4 |
| 4.3 | 4.85 | 0 | 2.15 | 11.85 | 7 | 4.3 |
| 5.375 | 4.3125 | 0 | 2.6875 | 11.3125 | 7 | 5.375 |
| 6.45 | 3.775 | 0 | 3.225 | 10.775 | 7 | 6.45 |
| 7.525 | 2.8875 | 0.35 | 3.5875 | 9.3625 | 7.525 | 7.525 |
| 8.6 | 1.633333 | 1.066667 | 3.766667 | 7.033333 | 8.6 | 8.6 |
| 9.675 | 0.379167 | 1.783333 | 3.945833 | 4.704167 | 9.675 | 9.675 |
| 10.75 | 0 | 2.5 | 3.250001 | 3.250001 | 10.75 | 9.000001 |

У випадку, коли головним критерієм буде виступати функція , тоді відповідно до третьої теореми задача перетвориться до вигляду:



Знайдемо максимальні та мінімальні значення функцій  та :





Знайдемо :

****

Отже, ****.

Досліджуємо отриману задачу при різних значеннях z. Результати розрахунків подано в таблиці 2.

Таблиця 2 – Результати розрахунків

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *z* | *х\** | | | *f1(x\*)* | *f2(x\*)* | *f3(x\*)* |
| *х1\** | *х2\** | *х3\** |
| 0 | 0 | 2.5 | 3.25 | 3.25 | 10.75 | 9 |
| 1 | 0 | 2.5 | 3.25 | 3.25 | 10.75 | 9 |
| 2 | 0 | 2.5 | 3.25 | 3.25 | 10.75 | 9 |
| 3 | 0 | 2.5 | 3.25 | 3.25 | 10.75 | 9 |
| 4 | 0.428571 | 2.2857143 | 3.142857 | 4 | 10.42857 | 8.571429 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 5 | 10 | 8 |
| 6 | 1.571429 | 1.7142857 | 2.857143 | 6 | 9.571429 | 7.428571 |
| 7 | 2.1 | 1.4 | 2.8 | 7 | 9.1 | 7 |
| 8 | 2.2 | 0.8000004 | 3.6 | 8 | 8.200001 | 8 |
| 9 | 2.300003 | 0.2000024 | 4.399994 | 9 | 7.300004 | 8.99999 |
| 10 | 2.000002 | -1E-06 | 5 | 9.000004 | 6.999999 | 9.999999 |
| 11 | 1.500001 | 0 | 5.5 | 8.500001 | 7 | 11 |
| 12 | 1.000002 | -1E-06 | 6 | 8.000004 | 6.999999 | 12 |

У випадку, коли головним критерієм буде виступати функція , тоді відповідно до третьої теореми задача перетвориться до вигляду:



Знайдемо максимальні та мінімальні значення функцій  та :





Знайдемо :

****

Отже, ****.

Досліджуємо отриману задачу при різних значеннях z. Результати розрахунків подано в таблиці 3.

Таблиця 3 – Результати розрахунків

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *z* | *х\** | | | *f1(x\*)* | *f2(x\*)* | *f3(x\*)* |
| *х1\** | *х2\** | *х3\** |
| 0 | 0 | 0 | 7 | 7 | 7 | 14 |
| 1.075 | 0 | 0 | 7 | 7 | 7 | 14 |
| 2.15 | 0 | 0 | 7 | 7 | 7 | 14 |
| 3.225 | 0 | 0 | 7 | 7 | 7 | 14 |
| 4.3 | 0 | 0 | 7 | 7 | 7 | 14 |
| 5.375 | 0 | 0 | 7 | 7 | 7 | 14 |
| 6.45 | 0 | 0 | 7 | 7 | 7 | 14 |
| 7.525 | 1.05 | 0.35 | 5.425 | 7.525 | 7.525 | 11.2 |
| 8.6 | 2.866667 | 1.066667 | 2.533333 | 8.266667 | 8.6 | 6.133333 |
| 9.675 | 3.671428 | 0.664286 | 2.332143 | 9.674999 | 7.996429 | 5.328572 |
| 10.75 | 4.285714 | 0.357143 | 2.178572 | 10.75 | 7.535715 | 4.714286 |

**Висновки**

Виконуючи дану лабораторну роботу було вивчено загальні положення задач багатокритеріальної оптимізації та третю теорему щодо знаходження ефективних альтернатив для багатокритеріальних задач лінійного (нелінійного) програмування. Було вирішено задачу багатокритеріальної оптимізації на основі виданого завдання за допомогою третьої теореми щодо знаходження ефективних альтернатив.

Проаналізуємо отримане рішення задачі однокритеріальної оптимізації у випадку, коли головним критерієм виступає функція f1(x). Як ми бачимо з таблиці 1, меншим значенням параметра z відповідають ефективні альтернативи, які більшою мірою задовольняють головному критерію f1(x). У той же самий час більшим значенням параметра z відповідають ефективні альтернативи, які більшою мірою задовольняють критерію f2(x). Тим самим для головного критерію f1(x) знижується його значущість.